SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Función exponencial y logarítmica

Docente: Gustavo Poma Quiroz

academiacesarvallejo.edu.pe

FUNCIÓN EXPONENCIAL

Regla de correspondencia

$$f_{(x)} = b^x \ ; \ b > 0 \wedge b \neq 1$$

Ejemplos

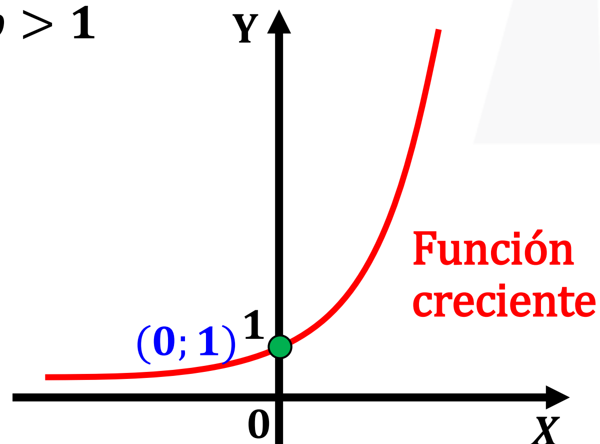
- $f_{(x)} = 3^x$
- $g_{(x)} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Importante

$\mathbf{Dom}f = \mathbb{R} \quad \wedge \quad \mathbf{Ran}f = \mathbb{R}^+$

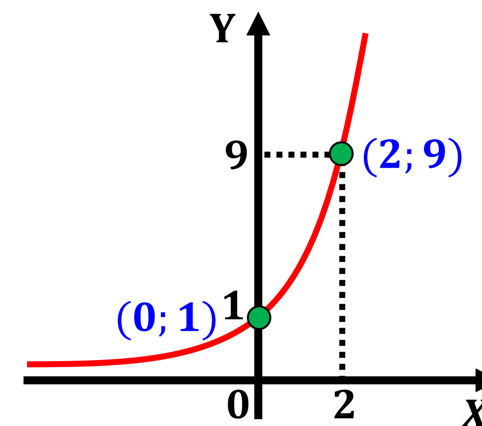
Gráfica de la función

I. Si $b > 1$



Ejemplo

$f_{(x)} = 3^x$



Propiedad 1

$$b^m < b^n \leftrightarrow m < n$$

No cambia el sentido.

Ejemplo

Resuelva la inecuación

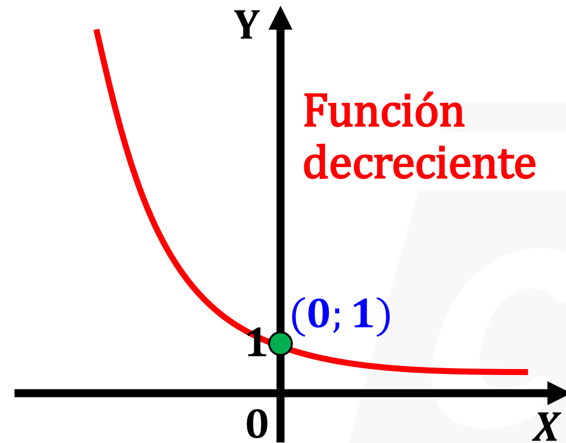
$$2^{|2x-6|} \leq 1024$$
$$2^{|2x-6|} \leq 2^{10}$$
$$|2x-6| \leq 10$$
$$-10 \leq 2x-6 \leq 10$$
$$-2 \leq x \leq 8$$
$$\Rightarrow CS = [-2\,;8]$$

$+6\,;\div 2$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

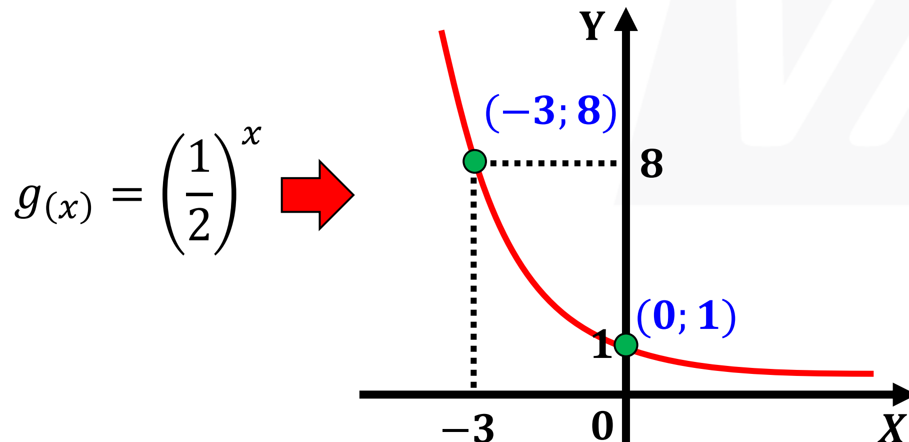
Gráfica de la función

II. Si $0 < b < 1$



Ejemplo

$$g_{(x)} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



Propiedad 2

$$b^m < b^n \leftrightarrow m > n$$

Cambia el sentido de la desigualdad.

Ejemplo

Resuelva la inecuación

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} < \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2}$$

$$x^2 > x + 2$$

$$x^2 - x - 2 > 0$$

$$(x-2)(x+1) > 0$$

Puntos críticos : $-1 , 2$

$\Longrightarrow$ CS $= \langle -\infty ; -1\rangle \cup \langle 2 ; +\infty\rangle$

Tenga en cuenta que

La función exponencial es INYECTIVA.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ECUACIÓN EXPONENCIAL

Son las ecuaciones donde la incógnita se encuentra en el exponente.

Aplicación

Resuelva la ecuación siguiente

$$2^{|x^2-6|} = \sqrt{2}^{|x^2-6|+3}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución:

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

INECUACIÓN EXPONENCIAL

Son las inecuaciones donde la incógnita se encuentra en el exponente.

Propiedad 1

Sea $b > 1$

$$b^n < b^x < b^m \iff n < x < m$$

Ejemplo

Resuelva la inecuación

$$5^{-5} < 5^{2x-1} < 5^{13}$$

$$-5 < 2x - 1 < 13$$

$$-2 < x < 7$$

$+1\,;\div 2$

$$\Longrightarrow \quad CS = \langle -2\,;7\rangle$$

Propiedad 2

Sea $0 < b < 1$

$$b^n < b^x < b^m \iff n > x > m$$

Ejemplo 1

Resuelva la inecuación

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} > \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$0 \leq x^2 < 2$$

$$-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$$

$$\Longrightarrow \quad CS = \langle -\sqrt{2}\,;\sqrt{2}\,\rangle$$

Ejemplo 2

Determine el rango de la función

$f_{(x)} = 3^{x^2}$; $\text{Dom}(x) = \mathbb{R}$

Como $x^2 \geq 0\,;x \in \mathbb{R}$

$$\Longrightarrow \quad 3^{x^2} \geq 3^0$$

$$f_{(x)} \geq 1$$

$$\Longrightarrow \text{Ran}f = [1;+\infty\rangle$$

CÉSAR VALLEJO

Aplicación

Halle la suma de soluciones enteras de la inecuación

$$\left(3^{x-1}-\sqrt{x-1}\right)\left(3^{x}-2^{x}\right)\left(3^{x-2}-27\right)<0$$

A) 4 B) 5 C) 6 D) 9 E) 10

Resolución:

CÉSAR VALLEJO

FUNCIÓN LOGARÍTMICA

Regla de correspondencia

$f_{(x)} = \log_b x$ donde $b > 0 \wedge b \neq 1$

Ejemplos

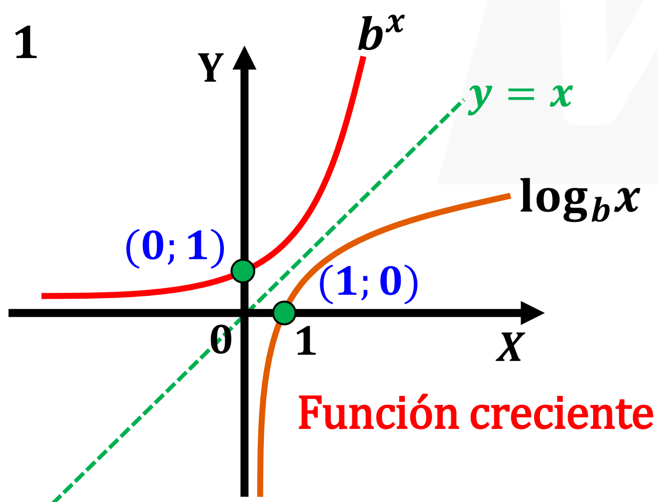
- $f_{(x)} = \log_4 x$
- $f_{(x)} = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)} x$

Importante

$\textbf{Dom}f = \mathbb{R}^+ \wedge \textbf{Ran}f = \mathbb{R}$

Gráfica de la función

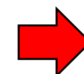
I. Si $b > 1$

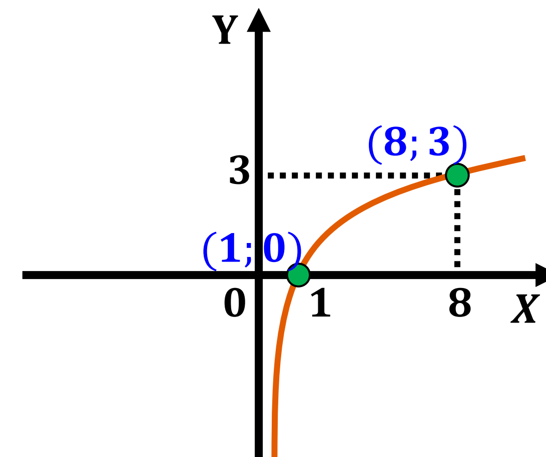


Función creciente

Ejemplo

$f_{(x)} = \log_2 x$





Propiedad 1

$\log_b M < \log_b N \leftrightarrow M < N \,; M > 0 \,, N > 0$

No cambia el sentido.

Aplicación

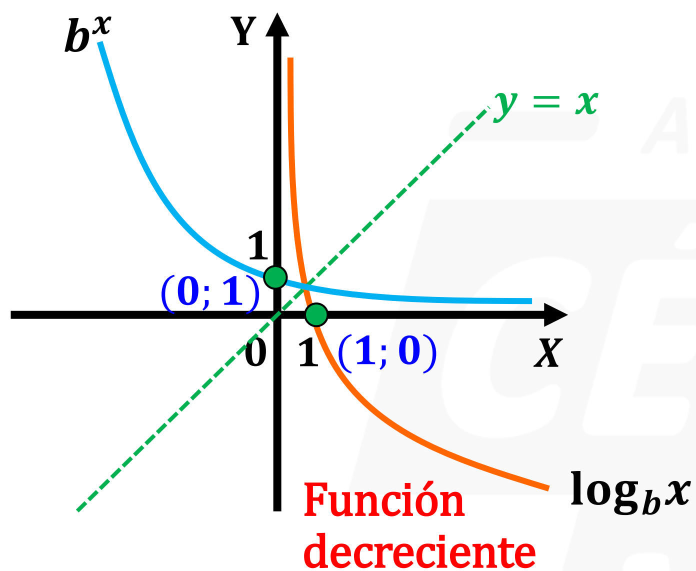
Resuelva la inecuación $\log_7 (2x - 4) < \log_7 (x + 8)$

Resolución:

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

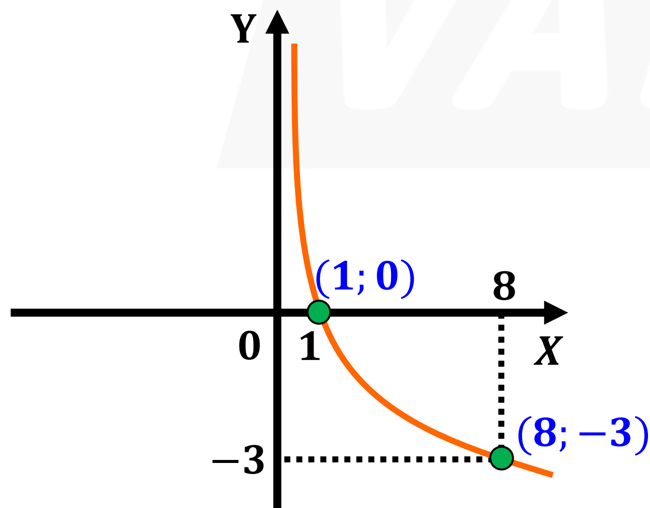
Gráfica de la función

II. Si $0 < b < 1$



Ejemplo

$g_{(x)} = \log_{\frac{1}{2}} x$



Propiedad 2

$\log_b M < \log_b N \leftrightarrow M > N > 0$

Cambia el sentido.

Aplicación

Resuelva la inecuación $\log_{\frac{1}{4}} |x| < \log_{\frac{1}{4}} 5$

Resolución:

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Propiedades

$\log_b(AC) = \log_b A + \log_b C$	$\log_b(A/C) = \log_b A - \log_b C$	$\log_{b^m} A^n = \dfrac{n}{m}\log_b A$
$\log_5(12) = \log_5 3 + \log_5 4$	$\log_2(7/2) = \log_2 7 - \log_2 2$	$\log_{3^5} 7^2 = \dfrac{2}{5}\log_3 7$
$\log_b A = \dfrac{\log_c A}{\log_c b}$	$\log_b A \times \log_A C = \log_b C$	$b^{\log_b A} = A$
$\log_7 3 = \dfrac{\log_2 3}{\log_2 7}$	$\log_5 3 \times \log_3 7 = \log_5 7$	$7^{\log_7 8} = 8$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ECUACIÓN LOGARÍTMICA

Es aquella ecuación donde la incógnita se encuentra afectado por el logaritmo.

Definición de logaritmo

$$\log_b(x) = n \iff x = b^n \quad ; \ x > 0 , b > 0 , b \neq 1$$

Aplicación

Indique una solución de la siguiente ecuación

$$2.27^x + 9 = 17.9^x + 10.3^x$$

$A)\ \log_3 2$ $B)\ \log_2 3$ $C)\ \log_{\frac{1}{3}} 2$ $D)\ \log_{\frac{1}{2}} 3$ $E)\ \frac{1}{2}$

Resolución:

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

INECUACIÓN LOGARÍTMICA

Es aquella inecuación donde la incógnita se encuentra afectado por el logaritmo.

Propiedad 1 ($b > 1$)

$$0 < m < x < n \leftrightarrow \log_b(m) < \log_b(x) < \log_b(n)$$

Propiedad 2 ($0 < b < 1$)

$$0 < m < x < n \leftrightarrow \log_b(m) > \log_b(x) > \log_b(n)$$

Aplicación

Determine la suma del máximo y mínimo valor entero del conjunto solución de la inecuación

$$1 \leq \log_3(x^2 - 6x + 12) < 3$$

Resolución:

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO



GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe